

# Probabilità – Calcolo combinatorio – Statistica

## Motivazioni

Dobbiamo articolare le motivazioni in tre punti in quanto lo sviluppo di una programmazione incentrata sulla probabilità non può non toccare sia il calcolo combinatorio sia la statistica.

- Probabilità: il motivo principale per iniziare lo studio di questa parte della matematica sta nel fatto che essa differisce profondamente dagli altri rami della matematica e quindi i concetti caratterizzanti la probabilità non possono rimanere impliciti per troppo tempo, altrimenti gli alunni si potrebbero fare un'idea limitata della matematica oltre che avere una visione del reale di tipo esclusivamente deterministico. E' da rilevare poi che mentre l'atteggiamento deterministico è più spontaneo nel bambino, ciò non succede per gli atteggiamenti di tipo non deterministico.
- Combinatoria: il calcolo combinatorio va introdotto contemporaneamente al lavoro sulla probabilità in quanto di ausilio nello studio di problemi probabilistici oltre che per motivazioni autonome. Ad esempio l'utilità dell'introduzione dei concetti combinatori sta nel fatto che viene introdotto l'uso di modelli (ad esempio modelli concreti come palline in una scatola, passando poi a modelli astratti come punti colorati, lettere iniziali dei colori...) di schemi di analisi oltre che un metodo di lavoro e di analisi che ha ampie generalizzazioni in matematica. C'è inoltre una motivazione di tipo didattico dovuta al fatto che la combinatoria può essere introdotta senza prerequisiti specifici in quanto è basata su sperimentazioni che riguardano l'esperienza diretta dei ragazzi.
- Statistica: l'introduzione di alcuni concetti di statistica descrittiva è necessaria per alcuni motivi collegati a finalità educative di carattere generale, altri più specifici e direttamente collegati ai punti precedenti.
  - La conoscenza e l'uso della statistica sono uno strumento fondamentale per la conoscenza critica della realtà, presupposto per poter instaurare un rapporto costruttivo e dinamico con essa. Infatti, in una società progredita come la nostra la quantità d'informazioni diffuse è enorme, ma proprio per questo è difficile, senza il possesso di strumenti adatti, cogliere l'essenzialità. Inoltre i messaggi statistici sono estremamente diffusi e quindi risulta essenziale essere in grado di decodificarli.
  - La statistica, aiutando i ragazzi nei percorsi di ordinamento e matematizzazione del reale, permette loro di fare previsioni razionali sul possibile.
  - Infine favorisce l'autonomia di giudizio pone di fronte al problema di scegliere gli strumenti più adatti.
  - In collegamento con la probabilità, le tecniche statistiche rappresentano lo strumento di lettura e di descrizione di fenomeni sperimentali.

## Finalità e obiettivi specifici

1. Probabilità: la finalità didattica si basa sulla comprensione dei fenomeni non deterministici, questo significa familiarizzare, in modo corretto, con l'idea che alcuni eventi sono possibili ma non certi. In altre parole la distinzione più importante da porre è quella tra eventi veri/falsi ed eventi possibili. Bisognerà quindi far acquisire le nozioni di "possibile, più probabile, meno probabile, equiprobabile" cercando di sviluppare una quantificazione di questi concetti. Gli alunni devono quindi cogliere che lo studio della probabilità è fatto per razionalizzare al massimo le decisioni in caso d'incertezza. In termini di capacità, tre ci sembrano direttamente coinvolte nel raggiungimento di questa finalità:
  - 1.1. Esaminare fatti, fenomeni, situazioni;

- 1.2. Registrare, ordinare e correlare dati;
- 1.3. Porsi problemi e prospettare soluzioni.

Infine possiamo articolare una scaletta di obiettivi specifici:

- a) Sviluppo dell'abilità di percepire le caratteristiche degli elementi dell'insieme dato e la/le relazioni presenti tra loro. Quest'abilità è senz'altro il requisito fondamentale che deve essere presente e fatto crescere su livelli via via più complessi. Ad esempio nello studio della probabilità di uscita di un numero nel lancio di un dado, l'alunno deve essere in grado di cogliere che un numero ha determinate possibilità di uscire in relazione alla presenza degli altri, per aiutarlo nel percepire questa relazione si possono presentare:
  - a. Un dado diviso in pari e dispari;
  - b. Un dado diviso in due gruppi: (1, 2, 3) e (4, 5, 6)
  - c. Un dado diviso nei numeri corrispondenti ai resti della divisione per 3: (0, 1, 2);
  - d. Un dado con sei numeri diversi.
- b) Abilità nel costruire rapporti (formalizzati o meno dipenderà dal livello di apprendimento).
- c) Abilità nel trovare uno schema di analisi o di ragionamento che permetta di quantificare la probabilità (ad esempio schemi ad albero). Quest'abilità richiede di conoscere già gli schemi di analisi proposti, viceversa gli schemi di analisi possono essere introdotti attraverso problemi probabilistici.
- d) Abilità di determinare la probabilità in base alla sua accezione frequentista, considerando cioè prove sperimentali.
- e) Raggiungimento della consapevolezza, attraverso analisi di vantaggi e svantaggi, che l'equi probabilità, in situazioni concrete, non è realistica.

## 2. Calcolo combinatorio

La finalità principale è l'acquisizione di un metodo di analisi che partendo dal concreto arrivi alla comprensione e all'utilizzazione in ambiti diversi di particolari schemi formali. Questa finalità è correlata alle capacità logiche e operative già esplicitate per la Probabilità. Può articolarsi nelle seguenti abilità specifiche:

- 2.1. individuare gli elementi che interessano all'interno di un modello concreto, il livello di concretezza può variare;
- 2.2. abilità di ricercare le combinazioni possibili tra gli elementi di un modello;
- 2.3. abilità di classificare, raggruppare i molti elementi ottenuti;
- 2.4. abilità di utilizzare schemi di analisi che possono spiegare e predire le combinazioni;
- 2.5. abilità di trasferire gli schemi utilizzati per i modelli più semplici all'interno di insiemi via via più numerosi.

## 3. Statistica

Le finalità didattiche possono così essere schematizzate:

- 3.1. Comprensione delle informazioni fornite da un insieme di dati numerici;
- 3.2. Capacità di porsi problemi relativi a tali informazioni;
- 3.3. Conquista di un metodo di indagine per rispondervi;
- 3.4. Costruzione e decodificazione di schemi formali usati in Statistica.

Obiettivi specifici:

- a) Abilità nel valutare se una affermazione ha un significato in qualche modo sottoponibile a verifica;
- b) Abilità nel raccogliere informazioni con cui verificare la validità dell'affermazione;
- c) Abilità collegate alla registrazione e alla valutazione dei dati;
- d) Abilità collegate al trattamento dei dati, costruzione di medie, mediane, mode.
- e) Rappresentazione grafica dei dati:
  - a. L'alunno deve rendersi conto di ciò che viene rappresentato con particolare riferimento alle grandezze e alla relazione tra grandezze;
  - b. L'alunno deve saper simbolizzare in modo chiaro le grandezze;
  - c. L'alunno deve studiare graficamente quale è la scala più opportuna.

## Contenuti

### 1. Probabilità

- 1.1 Come introduttivo e motivante bisognerà puntare in modo particolare sulla concezione spontanea di probabilità prima di tutto bisognerà distinguere le affermazioni, più o meno comuni, sulla base del loro contenuto di verità: vere, false, possibili, senza senso. Occorrerà quindi puntare sulle differenze emergenti tra le frasi con contenuto di valore dicotomico e quelle possibili. Si può verificare che ogni alunno presenterà, di fronte a fenomeni uguali, valori diversi di possibilità (daremo valore 1 quando la possibilità sarà totale, valore 0 quando siamo sicuri che non potrà avverarsi). Le altre situazioni, quelle del "poco o molto" saranno intuitivamente tra 0 e 1. Allora lo scopo dello studio sarà quello di trovare quanto è. Una introduzione di questo tipo, svolto in discussione e in questionario problematizzante può dare un senso allo studio di questo argomento.
- 1.2 Successivamente si potranno studiare alcuni modelli concreti applicandovi opportuni schemi di analisi: schemi ad albero, tabulazioni, insiemi, e definendo la probabilità come rapporto (Probabilità Classica). Si potrà passare anche allo studio relativo alla composizione di eventi e quindi composizione di probabilità con modelli grafici (schemi ad albero) e modelli frazionari.
- 1.3 A un livello di apprendimento superiore si possono introdurre opportune situazioni sperimentali che si prestino a una introduzione del concetto di Probabilità Sperimentale.

### 2. Calcolo Combinatorio

- 2.1 Introduzione di modelli combinatori, lettere e parole.
- 2.2 introduzione attraverso opportuni modelli combinatori del Triangolo di Pascal: si presentano varie situazioni via via rappresentate in modo sempre più simbolico, tutte riconducibili e interpretabili con il Triangolo di Pascal che a sua volta viene utilizzato attraverso esperienze concrete:
  - Uso e interpretazione dei movimenti nel "quinconce" di Galton;
  - Giochi e loro interpretazione e previsione (scacchiera della dama)
  - Identificazione della legge di formazione dei numeri delle righe del Triangolo di Pascal;
  - Esperienze varie di combinazioni riconducibili al triangolo di Pascal.

In queste esperienze verrà fatto uso di rappresentazioni simboliche (da disegni alle iniziali di parole e colori, ai numeri 0, 1, a potenze) e di schemi ad albero.

- 2.3 uso del Triangolo di Pascal nelle potenze di binomi.

### 3. Statistica

3.1 discussione problematizzante sulla verificabilità o meno di una affermazione.

Individuazione, con esempi concreti, di tecniche soggettive di valutazione. Individuazione di alcune situazioni che hanno bisogno di una verifica statistica. Ad esempio con frasi come queste:

- “a sette bambini su dieci della nostra scuola piace bere latte”
- “a Treviso si sono verificati, nell’ultimo anno, meno incidenti che a Roma e quindi è più sicuro girare in auto a Treviso.”

Se le situazioni sono facilmente controllabili, da parte degli alunni, possiamo verificare se è in grado di iniziare un approccio statistico. Comunque la verifica “statistica” andrà introdotta come studio del comportamento di “molti risultati”, quantitativi.

3.2 un altro approccio alla statistica descrittiva viene dalle scienze integrate, anche qui va segnalata la necessità di studiare “molti risultati” per poter prevedere.

3.3 le articolazioni tecniche dei due punti precedenti saranno:

- Introduzione di sistemi di rappresentazione grafica;
- Gli istogrammi e le rappresentazioni grafiche;
- Il concetto di moda, media e mediana;
- Interpretazione di questi in rapporto all’insieme dei risultati.

3.4 verifica della correttezza del modo con cui è stato rappresentato statisticamente un fenomeno.

### **Strategia di intervento**

Tutti e tre i contenuti descritti partono da un approccio direttamente collegato al livello di esperienze maturate dagli alunni, questo per tre motivi:

- Motivare l’apprendimento della matematica come processo in cui vengono sistemate, definite e formalizzate le esperienze dirette;
- Presentare gli argomenti in modo graduato e corrispondente ai livelli di apprendimento degli alunni.
- Permettere di entrare nelle conoscenze matematiche attraverso un processo, per quanto minimo, di ricerca delle soluzioni dei problemi presentati.

In modo particolare dalla problematizzazione dell’argomento la ricerca degli alunni sarà guidata in modo opportuno secondo le capacità individuali nel passaggio dalla formulazione d’ipotesi, verifica e apprendimento di specifici contenuti. Il ruolo dell’insegnante consiste nel creare e guidare la problematizzazione mettendo in evidenza particolari aspetti e considerazioni, senza però prospettare soluzioni. Quindi attraverso la presentazione di schede o altro materiale tratto dai libri, introdurre concetti più formalizzati attorno a cui cercare le soluzioni del problema...