

## Lezione su un esempio di argomento che interessa analogie strutturali, introduttive al concetto di “gruppo”.

Obiettivo: confronto tra le tabelle additive dei numeri naturali pari e dispari con le tabelle additive degli elementi dell'aritmetica di modulo 2.

Quest'obiettivo intermedio rispetto a quello dell'acquisizione del concetto di “gruppo” può essere articolato nelle seguenti abilità specifiche. L'alunno deve:

1. Distinguere i meri pari da quelli dispari.
2. Costruire una tabella a doppia entrata, additiva, con alcuni numeri pari e dispari.
3. Comporre una tavola di composizione additiva, usando simboli al posto di specifici numeri pari e dispari.
4. Svolgere una partizione dell'insieme  $N$  nelle classi di resto riferite al modulo 2.
5. Distinguere nelle classi di resto i residui da cui si generano le serie contenute nelle classi di resto.
6. Svolgere addizioni nel quadrante del modulo 2.
7. Porre in un quadrante circolare i residui (distinguere i sensi della rotazione).
8. Raccogliere i risultati dell'addizione in una tavola additiva.
9. Nel confronto tra le tavole (pari; dispari) e  $(0;1)$  coglie in entrambi:
  - 9.1. La chiusura dell'addizione.
  - 9.2. La presenza dell'elemento identità.
  - 9.3. La presenza dell'elemento inverso.
  - 9.4. L'associatività.
10. Ridefinisce i numeri pari e dispari come le classi di resto in modulo 2.

Queste abilità richiedono una verifica dei livelli iniziali che può basarsi su questi elementi:

- a. Si può misurare la capacità di percepire analogie in alcune situazioni concrete;
- b. Si può verificare se conosce la tecnica delle quattro operazioni in  $N$ .
- c. Si può verificare se conosce i concetti di “precedente” e “successivo” di un numero naturale.
- d. Si può verificare se conosce l'uso della tabella a doppia entrata.

La strategia d'intervento si basa evidentemente su questi due contenuti:

- I. Classificazione dei numeri naturali rispetto al 2, utilizzando due modelli diversi: uno riferito al linguaggio comune (pari e dispari) e uno più formale (classi di resto di modulo 2).
- II. Individuazione di alcune analogie rispetto all'addizione.

Il metodo usato si basa sul presentare al bambino, in modo individuale, alcune schede che alternano percorsi divergenti a fasi guidate con domande convergenti che svolgono anche un ruolo di verifica continua.

## Scheda A

1. Riprendi la tabella dell'addizione tra numeri pari e dispari. Verifica quale delle seguenti frasi sono vere:
    - Qualsiasi addizione tra numeri pari dà numeri dispari.
    - Qualsiasi addizione tra pari e dispari dà numeri pari.
    - Qualsiasi addizione tra numeri dispari dà numeri pari.
    - Trasforma in vere le frasi false.
  2. Osserva queste addizioni:  
 $8 + P = ; 8 + D = ; 15 + P = ; 15 + D = ;$   
In quali di queste addizioni il risultato non è pari come il numero 8?  
In quale di queste addizioni il risultato non è dispari come il numero 15?  
  
E' il P o il D che fa cambiare caratteristica al primo addendo?
  3. Osserva queste addizioni:  
 $3 + \dots = P ; 3 + \dots = D ; 6 + \dots = P ; 6 + \dots = D ;$   
Completa usando i simboli P o D.  
E' il P o il D che fa cambiare caratteristica al primo addendo?
  4. Verifica se sono vere queste frasi (tieni presente che devi risolvere prima l'operazione dentro la parentesi):
    - $(2+3)+5=2+(3+5)$
    - $(2+4)+3=2+(4+3)$
    - $(P+D)+D=P+(D+D)$
    - $(P+D)+P=P+(D+P)$
    - $(P+P)+D=P+(P+D)$
    - $(P+P)+P=P+(P+P)$
    - $(D+D)+D=D+(D+D)$
    - $(D+D)+P=D+(D+P)$
- 

*Dopo che i risultati singoli sono stati controllati attraverso la discussione con l'intervento dell'insegnante, si formalizzano le osservazioni in modo riepilogativo.*

1. *Definire P come l'elemento che non modifica la caratteristica dell'altro addendo. Definire D, invece, come l'elemento che cambia la caratteristica dell'altro addendo.*
2. *Definire:*
  - *D l'inverso di D in quanto produce P che è l'elemento neutro*
  - *P l'inverso di P in quanto produce P che è l'elemento neutro*
3. *Definire l'associatività*
4. *Definire  $\{ P;D \}$  un insieme chiuso rispetto alla somma.*

## Scheda B

1. Riprendi la tabella dell'addizione nell'aritmetica di modulo 2. Verifica quali delle seguenti frasi sono vere.
  - Qualunque numero (più grande di 1) aggiunto a 0 dà 0.
  - Qualsiasi numero (più grande di 1) aggiunto a 1 dà 1.
  - Se aggiungiamo 1 a 0 o a 1 otteniamo sempre 0.Trasforma le frasi false in vere , facendo alcuni esempi.
2. Osserva queste addizioni:
  - $1 + 0 =$
  - $1 + 1 =$
  - $0 + 0 =$
  - $0 + 1 =$In quale di queste addizioni il risultato è uguale al primo addendo?  
E' lo zero o l'uno che rende il risultato diverso dal primo addendo?
3. Osserva queste addizioni:
  - $1 + \dots = 0$
  - $1 + \dots = 1$
  - $0 + \dots = 0$
  - $0 + \dots = 1$Completa inserendo 0 o 1 nel posto vuoto. E' lo zero o l'uno che rende il risultato diverso dal primo addendo?
4. Verifica se sono vere o false queste frasi:
  - $(1+0) + 1 = 1 + (0+1)$
  - $(1+0) + 0 = 1 + (0+0)$
  - $(1+1) + 1 = 1 + (1+1)$
  - $(1+1) + 0 = 1 + (1+0)$
  - $(0+0) + 1 = 0 + (0+1)$
  - $(0+0) + 0 = 0 + (0+0)$
5. Sulla base delle definizioni date per i numeri pari e dispari:
  - Quale è l'elemento neutro nell'addizione nell'insieme  $\{ 0;1 \}$ ?
  - Quale è l'elemento che trasforma l'uno nell'elemento neutro?
  - Quale è l'elemento che trasforma lo zero nell'elemento neutro?
  - L'insieme  $\{ 0;1 \}$  è chiuso rispetto all'addizione?
  - Il risultato di una addizione con più di due addendi cambia se associo in modo diverso i numeri?

---

*Questa scheda permette di verificare:*

- *Se sono state capite le definizioni ricavate dalla scheda A*
- *Se sono state usate e capite trasferendole in un insieme diverso.*

*Chiaramente questa scheda più formalizzata produrrà una maggiore differenziazione nei livelli di apprendimento. Non sembra però utile un recupero che ripeta le stesse cose ma piuttosto lo sviluppo di un argomento il cui aspetto sembri diverso, ad esempio il confronto tra la tavola additiva nell'aritmetica di modulo 4 con le rotazioni, sul centro, del quadrato.*

### Scheda C

Completa questa tabella riassuntiva del lavoro svolto:

	Operazione	Elemento neutro	Elemento inverso
Numeri Pari			
Numeri Dispari			
Elemento zero nell'aritmetica mod 2			
Elemento uno nell'aritmetica mod 2			

1. Se hai a disposizione questa relazione "... nell'addizione si comporta come ..." sugli insiemi  $\{ P;D \}$  e  $\{ 0;1 \}$  che coppie ordinate puoi formare?
2. Confronta i primi dieci elementi ordinati dell'insieme dei numeri dispari con i primi dieci elementi dell'insieme degli elementi della classe di resto 1. Che cosa osservi? Puoi fare analoghe osservazioni tra una parte dell'insieme dei numeri pari e una parte dell'insieme della classe di resto 0?
3. Sulla base delle coppie formate nel punto 1. Puoi scambiare i Pari P con lo 0 e i Dispari D con l'1, nelle due tabelle sottostanti?

+	P	D
P		
D		

+	0	1
0		
1		

4. IN CONCLUSIONE: Pari e Dispari sono parole che descrivono i numeri secondo la loro relazione con il numero 2. Di che relazione si potrebbe trattare?
5. Considera le tabelle sottostanti. Scambia l'ordine delle righe o delle colonne nella tabella  $\{ P;D \}$  in modo che abbia la corretta corrispondenza con quella dell'aritmetica di modulo 2,  $\{ 0;1 \}$ :

+	D	P
P	D	P
D	P	D

+	0	1
0	0	1
1	1	0