Disequazioni: risoluzione grafica e problemi di programmazione lineare

- **Motivazioni**

1. Le disequazioni sono presentate come continuazione delle osservazioni fatte precedentemente sulla relazione d'ordine in N …è maggiore di (è minore di)… studiato nel linguaggio comune, con i grafi e con il simbolismo >, <. In quest'ambito si porta l'analisi di queste due relazioni nel campo dei numeri reali.
2. Questo contenuto permette di passare dalla frase linguistica a quella algebrico-cartesiana determinandone quindi le soluzioni.
3. Introduce un concetto elementare dell'algebra distinguendone le caratteristiche rispetto all'equazione.
4. Permette di introdurre e risolvere alcuni problemi, se non di uso comune, direttamente collegate a problematiche quotidiane (soprattutto economico-produttive) con una tecnica che permette di unificare tutto l'insieme dei concetti algebrici acquisiti in precedenza.

- Queste **finalità** vanno articolate in **obiettivi specifici** che possiamo sistemare in quest'ordine:
  1. Traduzione di frasi aperte del linguaggio comune in linguaggio matematico: viene messa in evidenza la diversità delle frasi in cui c'è l'uguaglianza da quelle che contengono "maggiore/minore". La risoluzione delle frasi aperte richiede tecniche diverse nei due casi, sia in N sia in I.
  2. Tradurre frasi aperte in cui una grandezza è definita in un intervallo di valori (…è minore di … e maggiore di …) in N e I, in modo da avere un numero finito di soluzioni della grandezza. In entrambi i punti è possibile partire da alcuni esempi tratti dal quotidiano: "Un pullmino non può caricare più di 30 persone", "Mario non può spendere più di 100 euro"; "la temperatura al massimo ha raggiunto i 28 gradi"; oppure " Un pullman può caricare al massimo 60 persone, ma la gita viene svolta se ci sono almeno 40 persone"; "una stalla può contenere tra le 40 e le 60 mucche".
  3. Le disequazioni introdotte vengono descritte sulla retta orientata, in questo caso si può passare all'insieme R perché gli studenti hanno acquisito il senso delle soluzioni delle disequazioni e possono capire il significato di "intervallo di soluzioni".
  4. Traduzione di frasi aperte in disequazioni a due variabili: "Un pullman può portare al massimo 60 persone ma dieci posti al massimo sono riservati a invalidi".
     Per sviluppare in forma algebrica questo semplice problema potremmo far seguire questa traccia:

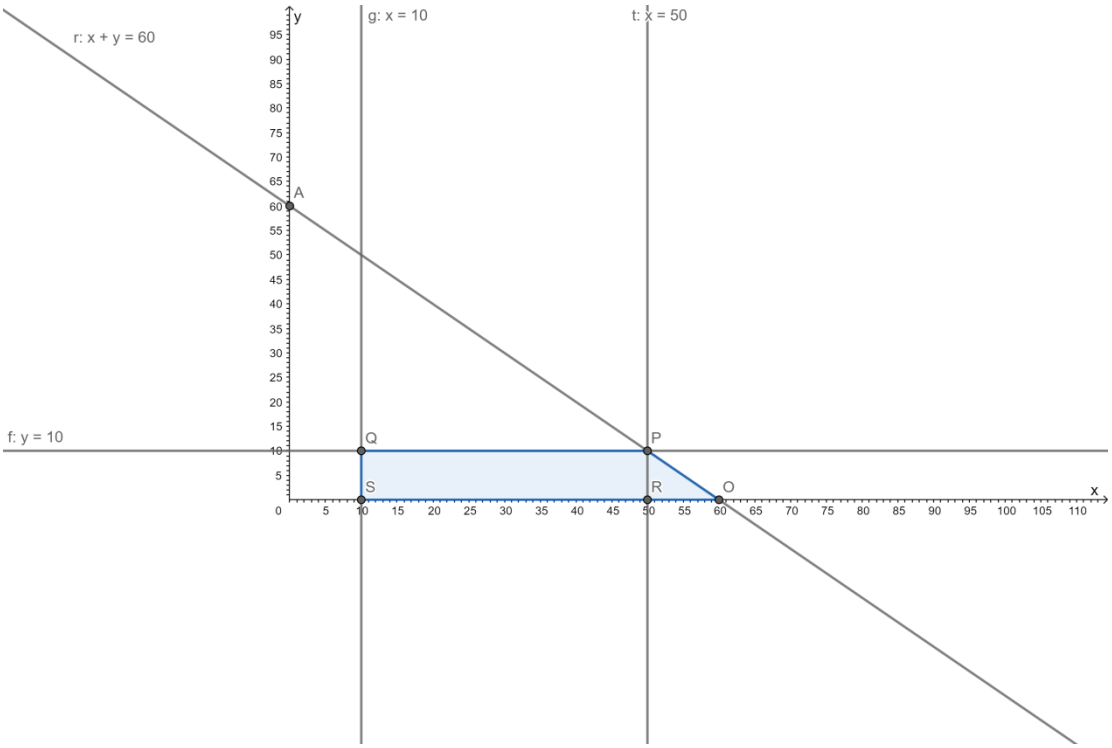
  4.1 chiama x il numero di passeggeri "normali", l'altra categoria sono …… e li indichiamo con la y.

  4.2 Quali disequazioni sono presenti nella frase?
  [x minore uguale a 50; y minore uguale a 10; x+y minore uguale a 60]

  4.3 Si possono verificare le abilità di analisi aggiungendo un problema di questo tipo: "in un cinema si vendono non più di 500 biglietti, di cui almeno 200 sono in galleria", oppure "nella biblioteca della scuola ci sono al massimo 1000 libri di cui quelli di narrativa sono almeno 700".

  5. Questo tipo di problemi si prestano a essere tradotti sul piano cartesiano: gli alunni devono essere in grado, dato il sistema di disequazioni, di tracciare le zone contenenti le soluzioni di ognuna e quindi evidenziare la regione comune.

  5.1 ad esempio nel problema del pullman – punto 4:
  $x + y \leq 60 \;\; y \leq 10 \quad x \leq 50$ e $x \geq 10$



Questo obiettivo è molto complesso, richiede più abilità specifiche connesse tra loro:

5.2 traduzione in disequazioni;

5.3 costruzione nel piano cartesiano delle rette limite corrispondenti alle equazioni che si deducono dalle rispettive disequazioni (occorre far notare e abituare a considerare per ogni disequazione l'esistenza di una equazione corrispondente che sarà il confine della regione equivalente alla disequazione). Questo punto è molto importante da evidenziare perché dà la differenza tra l'insieme delle coppie soluzione di una disequazione e l'insieme delle soluzioni di una equazione lineare a due incognite. L'insieme soluzione della disequazione dà una regione, l'insieme soluzioni dell'equazione dà i punti di una retta.

5.4 saper disegnare rette nel piano cartesiano;

5.5 individuazione delle regioni-soluzione di ogni disequazione con l'uso di tratteggi (e con verifica di coppie di punti nella disequazione)

5.6 individuazione della regione in comune tra le varie singole soluzioni.

5.7 Nel caso di problemi finiti elencazione delle coppie ordinate interne alla regione – soluzione del problema.

5.8 Infine gli alunni potranno risolvere problemi di programmazione lineare. A questo proposito occorre precisare che i ragazzi devono essere guidati da uno schema introduttivo per la complessità interpretativa e risolutiva.